Katedra Informatyki Stosowanej - Studium Podstaw Informatyki

Pakiet MathCaD - Ćzęść I

<u> Ćwiczenie 1</u>

Wprowadzanie tekstu do dokumentu

- realizuje polecenie menu Insert | TextRegion

- lub naciśnięcie klawisza
- lub rozpoczęcia pisania regionu matematycznego i wprowadzenie obowiązkowo znaku spacji, co powoduje przekształcenie go w region tekstowy
- a). Utwórz dwa regiony tekstowe zawierające po trzy linie tekstu.
 - w pierwszym regionie sformatuj kolejne linie wybierając z listy następujące style:
 - zaznacz pierwszą linię i wybierz styl *Heading1*, zaznacz drugą linię - styl *Heading2* zaznacz trzecią linię - styl *Heading3*
 - korzystając z opcji menu Format | Text... w drugim regionie sformatuj linie następująco: linia pierwsza - czcionka Times New Roman, rozmiar 14, kolor zielony; linia druga - czcionka Courier New CE, pogrubiona kursywa, rozmiar 12

linia trzecia - czcionka Arial CE, styl normalny, rozmiar 11, kolor fuksja

- b). wybierając opcję **Format | Paragraph...** wyśrodkuj teksty w pierwszym regionie, zaś w drugim regionie wyrównaj do prawej (opcja *Alignment*)
- c). wykorzystując ikony na pasku narzędziowym *Align Across* wyrównaj oba regiony w poziomie, następnie przemieść jeden z regionów i wyrównaj oba w pionie *Align Down*.

<u> Ćwiczenie 2</u>

a). Formatowanie czcionek w równaniach

Wybierając opcję **Format | Equation...** ustal format wyświetlanych równań (regionów matematycznych) w całym dokumencie:

zmienne (Variables) - czcionka Arial, pogrubiona, rozmiar 12, kolor czarny stałe (Constans) - czcionka Arial, pogrubiona, rozmiar 12,

kolor granatowy

b). Formatowanie wyników numerycznych - opcja: Format | Results... | Number Format | General

Uwaga: Wybrane wyniki będą formatowane "specjalnie" (lokalnie).

 Uwaga:
 Do realizacji następnych ćwiczeń należy wykorzystywać paletę Calculator.

 Rozwiń paletę Calculator. Jeżeli nie jest widoczny pasek narzędzi matematycznych, na którym znajduje się paleta Calculator, to wyświetl go poleceniem

 View | Toolbars | Math

 Pasek narzędzi Math zawiera następujące palety:

 Calculartor | Graph | Vector and Matrix | Evaluation | Calculus |

 Boolean | Programming |Greek Symbol | Symbolic Keyword

<u> Ćwiczenie 3</u>

Automatyczne i ręczne przeliczanie arkusza

MathCad ma domyślnie ustawioną opcję automatycznego przeliczania arkusza obliczeniowego, co sygnalizowane jest napisem *Auto* w pasku stanu.

Jeżeli chcemy wyłączyć tryb automatycznego przeliczania, należy wykonać polecenie

Tools | Calculate | Automatic Calculation

 $\pi = 3.142$

Wyłącz automatyczne przeliczanie i wyświetl wartość stałej e

e = 2.718 - wynik pojawi się dopiero po wciśnięciu F9.

Włącz automatyczne przeliczanie!

<u> Ówiczenie 4</u> Lokalne formatowanie wyników obliczeń

Wykorzystując opcje **Format | Results... | Number Format** wyświetl wynik obliczeń wyrażenia $10000^*\pi$ w notacjach:

a). General	$10000 \cdot \pi = 31.416 \times 10^3$
b). <i>Decimal</i>	$10000 \cdot \pi = 31415.927$
c). Scietific	$10000 \cdot \pi = 3.142 \times 10^4$
d). Engineering	$10000 \cdot \pi = 31.416 \times 10^3$
e). Fraction	$10000 \cdot \pi = \frac{29038651959}{924329}$

<u>Ćwiczenie 5</u> Wyznaczanie wartości wyrażeń:

Oblicz:



2*6^1/5<spacja><spacja>+1.6/2^2<spacja>+5^6<spacja><spacja><spacja><spacja><spacja><spacja><



Aby wstawić stopień pierwiastka 3 należy:

- po wpisaniu y pod pierwiastkiem kliknąć znak braku w miejscu stopnia pierwiastka

- wpisać 3

- dalej jak w opisie

Ćwiczenie 6

Definiowanie własnych funkcji i wyznaczanie ich wartości dla danych argumentów

1. Zdefiniuj następujące funkcje i wyznacz ich wartości:

a).
$$f(x) := \frac{2^{3.1} + \pi}{3^{2 \cdot x}}$$
 $f(1.5) = 0.434$
b). $g(x) := 2 \cdot \sin(3 \cdot x)$ $g\left(\frac{\pi}{12}\right) = 1.414$
c). $h(x) := 2\sin(3 \cdot x)^2$ $h\left(\frac{\pi}{12}\right) = 1$
d). $u(x) := \frac{e^{x+0.1}}{\sqrt[3]{2x}}$ $u(0.9) = 2.235$

2. Zdefiniuj długość wektora na płaszczyźnie o współrzędnych [x,y]

dist(x, y) :=
$$\sqrt{x^2 + y^2}$$
 dist(1, 1) = 1.414

Ćwiczenie 7

Zdefiniuj trójmian kwadratowy i wyznacz:

$$\mathbf{w}(\mathbf{x}) := \mathbf{a} \cdot \mathbf{x}^2 + \mathbf{b} \cdot \mathbf{x} + \mathbf{c}$$

- miejsca zerowe trójmianu
- wartości pierwszej i drugiej pochodnej w dowolnym punkcie np. x₀=-0.75
- wartość całki oznaczonej w przedziale <1, 3>
- stablicuj funkcję w(x) w przedziale <-2.5, 2> z krokiem h=0.3
- wykonaj wykres trójmianu w przedziale <-2.5, 2>

Nadanie wartości współczynnikom trójmianu:

Definicja funkcji:

$$\mathbf{w}(\mathbf{x}) := \mathbf{a} \cdot \mathbf{x}^2 + \mathbf{b} \cdot \mathbf{x} + \mathbf{c}$$

a). Miejsca zerowe trójmianu kwadratowego:

$$\Delta := b^2 - 4 \cdot a \cdot c \qquad \Delta = 25$$
$$x_1 := \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \qquad x_2 := \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a}$$
$$x_1 = -2 \qquad x_2 = 0.5$$

b). Wartości pierwszej i drugiej pochodnej w punkcie x₀=-0.75



 $w(x_0) = -3.125$

Wniosek: Punkt o współrzędnych (-0.75, -3.125) jest wierzchołkiem paraboli.

c). Wartość całki oznaczonej w przedziale <1, 3>

$$I := \int_{1}^{3} w(x) dx \qquad I = 25.333 \qquad \qquad <-- \text{ Symbol } \int_{1}^{1} d_{1} \text{ należy wstawić z palety } Calculus$$

d). Tablica wartości trójmianu w przedziale <-2.5, 2> z krokiem h=0.3

Aby stablicować funkcję, należy wcześniej zdefiniować zmienną zakresową przyjmującą wartości z podanego przedziału z krokiem h. Definicja zmiennej zakresowej:

zmienna:wartość_początkowa,wartość_następna;wartość_końcowa

x := −2.5, −2.2.. 2

X =

<-- Należy wpisać: x:-2.5,-2.2;2

<-- Aby wyświetlić wartości zmiennej zakresowej i tablicę wartości funkcji należy wpisać:

> X= w(x)=

<-- Aby wyniki były wyrównane poziomo - należy kilkukrotnie</p> wcisnąć klawisz "strzałki w prawo" <-- Aby wyświetlić wartości trójmianu z dokładnościa do dwóch miejsc po kropce, należy wykonać: - kliknąć na tablicy wartości trójmianu - wybrać opcję Format | Result...| Number Format | Decimal - w oknie Number of decimal places wybrać 2 - oraz zaznaczyć opcję: Show trailing zeros

=	w(x) =
-2.5	3.00
-2.2	1.08
-1.9	-0.48
-1.6	-1.68
-1.3	-2.52
-1	-3.00
-0.7	-3.12
-0.4	-2.88
-0.1	-2.28
0.2	-1.32
0.5	-0.00
0.8	1.68
1.1	3.72
1.4	6.12
1.7	8.88
2	12.00

e). Wykres funkcji kwaratowej w(x) w przedziale <-2.5, 2>

Aby wstawić wykres funkcji jednej zmiennej w układzie kartezjańskim należy:

- 1. zdefiniować funkcję
- zdefiniować zakres zmiennej niezależnej jako <u>zmienną zakresową</u>, która zawiera informacje o przedziale wykresu i o kroku zmienności
- 3. ustawić punkt wstawiania w wybranym miejscu i wybrać opcję:

	Insert Graph X-Y Plot	
lub	wybrać ikonę X-Y Plot z palety Graph	
lub wcisnąć	@ (<shift>+2)</shift>	

- 4. Na wyświetlonym szablonie wykresu wpisać:
 w miejscu braku poniżej wykresu (po środku) nazwę zdefiniowanej zmiennej niezależnej X
 w miejscu braku z lewej strony szablonu (po środku) nazwę funkcji W(X) i kliknąć poza szablonem.
- Jeżeli chcemy na jednym wykresie przedstawić więcej niż jedną funkcję, to należy z lewej strony szablonu wykresu wpisać <u>nazwy funkcji - oddzielone przecinkami</u> (kolejne nazwy funkcji są przenoszone do następnych linii.
- 6. Sformatować wykres.
- <u>Uwaga:</u> Jeżeli wcześniej w dokumencie <u>nie zdefiniowaliśmy zmiennej zakresowej</u> (punkt 2), to MathCad przyjmie domyślnie zakres dla zmiennej niezależnej <-10, 10> i taki krok, aby wykres był "w miarę" gładki.



<u> Ćwiczenie 8</u>

Narysuj wykres funkcji w(x)=3x³-2x²+5x-10 i jej pierwszej i drugiej pochodnej w przedziale <-3,3> Na wykresie wypełnij tylko:

- **x** nazwa zmiennej niezależnej
- -3 dolna granica zakresu zmiennej x
- ${\bf 3}$ górna granica zakresu zmiennej x
- w(x),w1(x),w2(x) nazwy wyświetlanych funkcji oddzielone przecinkiem

Definicja funkcji, pierwszej i drugiej pochodnej:

$$w(x) := 3 \cdot x^3 - 2 \cdot x^2 + 5 \cdot x - 10$$
$$w1(x) := \frac{d}{dx} w(x)$$
$$w2(x) := \frac{d}{dx} \frac{d}{dx} w(x)$$



-- Wyskaluj oś OY do wartości z przedziału <-20, 20>

Ćwiczenie 9

Narysuj wykres funkcji y(x)=x*sin(x) i jej pochodnej w przedziale <-4 π , 4 π > Na wykresie wypełnij tylko:

X - nazwa zmiennej niezależnej

-4* π - dolna granica zakresu zmiennej x

 $4^*\pi$ - górna granica zakresu zmiennej x

f(x),f1(x) - nazwy wyświetlanych funkcji oddzielone przecinkiem

Definicja zmiennej zakresowej

 $x := -4 \cdot \pi, -4 \cdot \pi + 0.01 \dots 4 \cdot \pi$

Definicja funkcji i jej pochodnej:

$$f(\mathbf{x}) := \mathbf{x} \cdot \sin(\mathbf{x}) \qquad f\mathbf{1}(\mathbf{x}) := \frac{d}{d\mathbf{x}} f(\mathbf{x})$$

<-- Symbol pochodnej należy wstawić z palety Calculus



FORMATOWANIE WYKRESU KARTEZJAŃSKIEGO

Formatowanie wykresu kartezjańskiego obejmuje:

- wyświetlenie pionowych linii siatki, wartości liczbowych oraz podziału siatki dla zmiennej niezależnej;
- wyświetlenie poziomych linii siatki, wartości liczbowych oraz podziału siatki dla zmiennej zależnej;
- ustalenie koloru, grubości i typu linii prezentującej dany przebieg;
- wyświetlenie lub ukrycie tytułu i legendy wykresu.

Wywołanie formatowania wykresu następuje po:

- po kliknięciu w obszarze wykresu i wybraniu opcji Format | Graph | X-Y Plot...
- po dwukrotnym kliknięciu w obszarze wykresu
- po wybraniu z menu podręcznego opcji Format...

Pojawia się okno formatowania **Formatting Currently Selected X-Y Plot** zawierajace cztery zakładki,

zakładkę X-Y Axes zakładkę Traces zakładkę Labels zakładkę Defaults

których rozwinięcie powoduje możliwość ustawienia opcji wykresu.

Zakładka X-Y Axis

- umożliwia ustawienie ogólnego wyglądu osi układu współrzędnych.
 Kolejno w dwóch kolumnach można zaznaczyć ustawienia osobno dla obu osi:

- Log Scale
 Grid Lines
 Numbered
 Numbered
 możliwość ustawienia na osiach wykresu skali logarytmicznej
 możliwość wstawienia w układzie współrzędnych siatki kwadratowej;
 liczbę linii ustala się w Number of Grids przy wyłączonej opcji Auto Grid
 możliwość wyswietlenia dodatkowych wartości na podziałce osi;
 - (standardowo opcja ta jest domyślnie wybrana)
- Autoscale
 ustawienie tej opcji powoduje automatyczny dobór zakresu na osi, aby
 powierzchnia wykresu była optymalnie wykorzystana;
 (standardowo opcja ta jest domyślnie wybrana)
- Show Markers powoduje wyświetlenie się pod osiami układu współrzędnych dwóch miejsc braku do wpisywania współrzędnych;
- Auto Grid
 powoduje automatyczny dobór linii siatki na wykresie po wybraniu tej opcji
 nie jest dostępne pole Number of Grids
- Number of Grids określenie liczby linii siatki z przedziału <2, 99>;

opcja jest aktywna, gdy nie jest zaznaczona opcja Auto Grid

Ramka **Axes Style** - opcje występujące w ramce pozwalają dostosować wygląd układu współrzędnych

- Boxed układ współrzędnych otoczony jest ramką
- Crossed układ współrzędnych w tradycyjnej postaci (w postaci dwóch osi)
- None brak układu współrzędnych

Equal Scales - dobór jednakowej skali na obu osiach.

Zakładka TRACES

Karta Traces daje możliwość ustawienia parametrów wyświetlanych linii takich jak: kolor, rodzaj linii, szerokość, typ wykresu, sposób wyświetlania punktów ważnych dla wykresu. Karta ta nabiera większego znaczenia, gdy ilustruje się kilka funkcji jednocześnie w jednym układzie współrzędnych. Przykładowo pierwszy wykres (Trace1) jest rysowany linią ciągłą w kolorze niebieskim, o grubości 1. Parametry:

Legend Label - oznaczenie wykresu (nazwa krzywej ukazująca się w legendzie)

Symbo Frequency - specyfikuje jak często będzie wstawiany symbol punktów na krzywej:

- 1 oznacza, że symbol będzie wstawiony dla każdego punktu
- 2 oznacza, że symbol będzie wstawianu dla co drugiego punktu
- **Symbol** określa sposób wyświetlania punktów na wykresie.

Po rozwinięciu ukazuje się lista symboli, które można wybrać dla każdego punktu na krzywej. W menu dostepne są:

blank box - brak oznaczenia punktów (opcja ustawiona domyślnie)

- x's krzyżykami x
- +'s znakami + dmnd - rombami
- **box** kwadracikami **o's** - kółeczkami
 - i
 - wypełnionymi kwadracikami
 - wypełnionymi kółeczkami

- wypełnionymi rombami
- wypełnionymi trójkącikami

Symbol Weight - określa rozmiar dla każdego symbolu wstawianego na krzywej, liczby 1-9 i p **Line** - określa rodzaj linii; W menu dostępne są:

- solid linia ciągła
- dot linia kropkowana
- dash linia przerywana
- dadot linia "kropka-kreska"

Line Weight - określa grubość linii, liczby 1-9 i p

Color - okresla kolor linii - dostępnych jest standardowo 8 kolorów

Type - określa w jakiej postaci ukaże się krzywa. Dostępne są opcje:

- lines liniowy
- points punktowy
- error słupki błędu (ten typ może być wybrany tylko wtedy, gdy ustalimy go dla dwóch kolejnych krzywych), wybierany jest symbol p w Symbol Weight i w Line Weight
- bar słupkowy
- step schodkowy
- draw jako odcinki łamanej
- stem kolejne punty wykresu są przedstawiane jako odcinki pionowe zakończone kółeczkiem wybierany jest automatycznie symbol kółeczko i p w Symbol Weight i w Line Weight
 solidbar słupkowy wypełniony
- Y-Axes dotyczy tylko wykresów X-Y Axes
- Hide Arguments ukrywa wartości argumentów
- Hide Legend ukrywa legendę wykresu (opcja ta jest standardowo domyślnie zaznaczona).

Zakładka Labels - służy do opisu wykresu.

- Title można wpisać nazwę wykresu
 - Above nazwa na górze
 - Below nazwa na dole

Show Title - nazwa może być wyswietlona na wykresie

Axis Labels - nazwy poszczególnych osi

X-Axis - możliwość wpisania nazwy osi poziomej

Y-Axis - możliwość wpisania nazwy osi pionowej

Zakładka Defaults - pozwala korzystać z ustawień domyślnych:

Change to Defaults - umożliwia powrót do ustaleń domyślnych

Use dor Defaults - umożliwia przyjęcie bieżących ustaleń jako domyślne dla innych arkuszy.

PRZYKŁADY DEFINIOWANIA FUNKCJI WARUNKOWYCH

<u>Uwaga:</u>

Do definicji poniższych funkcji warunkowych należy wykorzystywać symbole tylko z palety *Programming* .

Przykładowe postaci funkcji warunkowych:

Po kliknieciu Add Line :
 w miejsce pierwszego znaku braku wstaw if
- w miejsce drugiego znaku braku wstaw otherwise

<u> Ćwiczenie 10</u>

Zdefiniuj funkcję daną przepisem dualnym i wyznacz jej wartości:

$$\begin{aligned} f(x) &:= & \begin{vmatrix} (x-5)^2 & \text{if } x \leq 5 \\ \sqrt{x-5} & \text{if } x > 5 \end{vmatrix} \\ f(1) &= 16 & f(5) = 0 & f(9) = 2 & f(4.14) = 0.74 \end{aligned}$$

lub

$$\begin{array}{ll} \underbrace{f1}_{(x)} := & \left| \begin{array}{cc} {(x-5)}^2 & \text{if } x \leq 5 \\ \\ \sqrt{x-5} & \text{otherwise} \end{array} \right| \\ f1(1) = 16 & f1(5) = 0 & f1(9) = 2 \end{array}$$

<u> Ćwiczenie 11</u>

Zdefiniuj funkcję daną przepisem potrójnym.

Sporządź wykres funkcji w przedziale <-2, 3> Wyznacz pole powierzchni ograniczonej wykresem funkcji i osią OX

$$g(x) := \begin{cases} x^2 - 2 & \text{if } x < -1 \\ x^3 & \text{if } (x \ge -1) \land (x \le 1) \\ x & \text{if } x > 1 \end{cases}$$



pole :=
$$\int_{-2}^{3} |g(x)| dx$$
 pole = 5.271

<u>Ćwiczenie 12</u> Wykorzystywanie operacji z palety *Calculus*

Dana jest krzywa zdefiniowana dwiema funkcjami **y=f(x)** i **y=-f(x)** gdzie

$$f(\mathbf{x}) := \sqrt{\mathbf{x}}$$

Wyznacz:

- długość łuku krzywej w przedziale <a, b>

- pole powierzchni obrotowej powstałej z obrotu łuku krzywej f(x) dookoła osi OX

- objętość bryły obrotowej ograniczonej powyższą powierzchnią i płaszczyzną x=b

a). Wykres funkcji f(x) i -f(x) przedstawia rysunek:

$$f(x) := \sqrt{x}$$

 $a := 0$ $b := 3$ $x := a, a + 0.1 .. b$

b). Długość łuku krzywej w przedziale <a,b>

$$\mathbf{L}_{AMA} := \int_{a}^{b} \sqrt{1 + \left(\frac{d}{dx}f(x)\right)^{2}} dx \qquad 2 \cdot \mathbf{L} = 7.2229$$

c). Pole powierzchni obrotowej powstałej z obrotu łuku krzywej y=f(x) dookoła osi OX

$$\mathbf{S} := 2 \cdot \pi \cdot \int_{a}^{b} f(\mathbf{x}) \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{d}{dx}f(\mathbf{x})\right)^{2}} d\mathbf{x} \qquad \mathbf{S} = 24.0186$$

d). Objętość bryły ograniczonej powyższą powierzchnią i płaszczyzną x=b

$$V_{m} := \pi \cdot \int_{a}^{b} f(x)^{2} dx$$
 $V = 14.137167$